CURSOS 0
MATEMÁTICAS

# Aritmética:
## Números naturales y enteros. Números racionales y fracciones.

Antonio F. Costa González
Departamento de Matemáticas Fundamentales
Facultad de Ciencias

UNED

CURSOS 0

# Índice

# 1. Introducción y objetivos.

Prácticamente todo el mundo se ha debido enfrentar en la vida cotidiana a problemas donde es necesario manejar números enteros o fracciones. Operar con números es una de las habilidades matemáticas indispensables para cualquier persona que quiera realizar una carrera de Ciencias o Ingeniería. Los números naturales, enteros y fraccionarios son aquellos que aparecen con mayor frecuencia y no sólo se debe tener capacidad de manejarlos sino que se debe hacer con gran soltura. Recuérdese que con los números enteros es posible sumar, restar y multiplicar, pero no siempre dividir. Con los números racionales siempre es posible dividir (¡por supuesto cuando el divisor no es cero!).

Los temas pueden parecer demasiado elementales pero nuestra experiencia nos dice que se detectan muchas deficiencias cuyo origen viene de un mal conocimiento de estas habilidades tan básicas.

Este módulo consta de dos fichas, en la primera se repasan las operaciones fundamentales con números enteros, los conceptos de divisor y múltiplo, el de número primo, descomposición en factores primos, el cálculo del máximo común divisor y del mínimo común múltiplo (estos dos últimos puntos son importantes para aplicar en la siguiente ficha, en las operaciones con fracciones). La segunda ficha se dedica a los números racionales y fracciones y a sus operaciones: suma, resta, multiplicación y división. Se concluye con un repaso breve de la representación decimal de números racionales.

## 1.1 Objetivos:

- Conocer los conceptos de divisor, múltiplo y número primo.
- Calcular el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de varios números enteros.
- Operar con números enteros y fracciones.
- Manejar las expresiones decimales de los números racionales y saber cómo relacionarlas con las expresiones fraccionarias.

## 2. Prueba de autodiagnóstico

1. ¿Cuál es el resultado del producto $(-4) \times (-11)$?
2. ¿Cuál es el resto de la división 23 entre 12?
3. ¿El número 147 es primo?
4. ¿Cuál es el máximo común divisor de 250, 125 y 70?
5. ¿Cuál es el mínimo común múltiplo de 220 y 165?
6. ¿Son iguales los números fraccionarios $\frac{7}{13}$ y $\frac{21}{39}$?
7. Efectuar la siguiente suma: $\frac{4}{9}+\frac{11}{12}$
8. Realizar el producto: $535 \times \frac{-3}{5} \times \frac{2}{7}$
9. ¿Son iguales los números racionales: 0’6666… y $\frac{3}{5}$?
10. Expresar en forma de fracción irreducible el número 14’14014

Una vez realizadas las preguntas, puede ver las respuestas en la página siguiente.

Si ha tenido dificultades o el número de respuestas correctas no le parece aceptable, debe estudiar de forma ordenada las fichas que encontrará a continuación.

Si sólo ha tenido dificultades en algunas cuestiones, repase las fichas correspondientes a tales preguntas. Si ha respondido a todo correctamente puede pasar a otro módulo.

## Respuestas a la prueba de autodiagnóstico:

1. $(-4) \times (-11) = 4 \times 11 = 44$. Recuérdese $- \times - = +$.
2. El resto es 11. La división de 23 entre 12 es: $23 = 12 \times 1 + 11$.
3. El número 147 no es primo, pues $147 = 21 \times 7$.
4. *m.c.d.* (220, 165) = 5. Las descomposiciones en factores primos de los números dados son: $250 = 5^3 \times 2$, $125 = 5^3$ y $70 = 7 \times 5 \times 2$.
5. *m.c.m.* (220, 165) = 660. Pues $220 = 11 \times 5 \times 4$ y $165 = 11 \times 5 \times 3$, luego *m.c.m.* (220, 165) = $11 \times 5 \times 3 \times 2 = 660$.
6. Los números fraccionarios son iguales pues:
$$\frac{21}{39} = \frac{7 \times 3}{13 \times 3} = \frac{7}{13}$$
7. $\frac{4}{9} + \frac{11}{12} = \frac{16}{36} + \frac{33}{36} = \frac{49}{36}$
8. $-\frac{642}{7}$
9. No, téngase en cuenta que $\frac{3}{5} = 0'6$.
10. $14'14014 = \frac{1414014}{100000} = \frac{707007}{50000}$

## 3.1. Ficha 1: Números naturales y enteros

### Números naturales.

Los *números naturales* (también llamados enteros positivos) son los números de contar 1, 2, 3, 4, 5,.... El número 2 surge al agregar una unidad al número 1, el número 3 surge al añadir una unidad al número 2 y así sucesivamente. El conjunto de números naturales se designa por la letra **N**:

$$\mathbf{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6,...\}$$

### Números enteros.

Los *números enteros* son el conjunto formado por los números naturales, sus negativos (también llamados enteros negativos) y el 0. El conjunto de los números enteros se designa por **Z**:

$$\mathbf{Z} = \{...,-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4,...\}$$

Obsérvese que el número 0 no se considera un número natural. El conjunto de los números enteros no negativos será designado por $\mathbf{N} \cup \{0\}$.

Sean a y b dos números enteros. A partir de las operaciones suma y producto, $a + b$ y $a\,b$ (o $a.b$, $a \times b$) es fácil definir otras operaciones llamadas diferencia (también llamada resta o sustracción) y división.

Llamaremos *diferencia* $a - b$ a otro entero $d$ que satisfaga la igualdad $a = b + d$; así si $a = 7$ y $b = 5$, $a - b = 2$ ya que $7 = 5 + 2$.

### Divisores y múltiplos.

Si $a \neq 0$ y $b = a.q$ para algún $q$, diremos que $a$ divide a $b$. Otras expresiones equivalentes son *a es un divisor de b*, *a es un factor de b*, *b es múltiplo de a*. Si $a$ divide a $b$, escribiremos $a \mid b$.

Así - 3 divide a 12 puesto que $12 = (-3) \times (-4)$, y 6 no divide a 21 puesto que no existe ningún entero $q$ tal que $6 \times q = 21$.

Si un número $a$ es múltiplo de 2 diremos que es *par*. Si un número no es par diremos que es *impar*.

## Criterios de divisibilidad.

El siguiente cuadro nos establece los criterios de divisibilidad de un número entero por 2, 3, 5. Sea $a = a_k a_{k-1} \ldots a_0$ un número natural, en donde $a_i$ expresa el dígito (la cifra) que aparece en el lugar $i + 1$ en el número $a$, por ejemplo si $a = 78934$, entonces $a_0 = 4$, $a_1 = 3$, $a_2 = 9$, $a_3 = 8$, $a_4 = 7$.

| | | |
|---|---|---|
| $a$ es divisible por 2 | si y sólo si | $a_0$ es divisible por 2 |
| $a$ es divisible por 3 | si y sólo si | $a_0 + a_1 + \ldots + a_k$ es divisible por 3 |
| $a$ es divisible por 5 | si y sólo si | $a_0$ es divisible por 0 ó 5 |

**Ejemplo.** Estudiar si $a = 38220$ es divisible por 2, 3, 5.

En este número $a_0 = 0$, $a_1 = 2$, $a_2 = 2$, $a_3 = 8$ y $a_4 = 3$.
Como $a_0 = 0$ es divisible por 2, entonces $a$ es divisible por 2. Como $0 + 2 + 2 + 8 + 3 = 15$ es divisible por 3, entonces $a$ es divisible por 3. Como $a_0 = 0$, entonces $a$ es divisible por 5.

## Desigualdades de números.

Diremos que $b > a$ si existe un número natural $n$ tal que $b = a + n$. Diremos que $b \geq a$ si $b > a$ ó $b = a$. Así $8 > 5$ ya que $8 = 5 + 3$.

## Valor absoluto.

Llamaremos valor absoluto de un número entero $n$, al mismo número es decir $n$, si el número es un entero positivo y al opuesto, es decir $-n$, si el número es un entero negativo. Al valor absoluto de n lo designaremos por $|n|$, entonces

$$|n| = n \text{ si } n \geq 0, \; |n| = -n \text{ si } n < 0$$

El valor absoluto del número 5 es $|5| = 5$, el valor absoluto de $-3$ es $|-3| = 3$, el valor absoluto de $-7$ es $|-7| = 7$, el valor absoluto de 0 es $|0| = 0$.

## División.

Dados dos números enteros, por ejemplo 15 y 6, se tiene que existen dos números, $q$ y $r$ con $0 \leq r < |6|$, tales que

$$15 = 6q + r$$

En este caso obsérvese que los únicos valores que verifican esto son $q = 2$ y $r = 3$.

Si $a$ y $b$ son dos números enteros con $b \neq 0$, existen $q$ y $r$ enteros tales que $a = b\,q + r$, donde

$$0 \leq r < |b|$$

Además $q$ y $r$ son únicos.

A los números $a$, $b$, $q$, y $r$ del resultado anterior se les suele llamar respectivamente *dividendo*, *divisor* , *cociente* y *resto*.

Dados 3 y 7 se tiene que $3 = 7.0 + 3, \; 0 \leq 3 < 7$.
Dados 7 y 3 se tiene que $7 = 3.2 + 1, \; 0 \leq 1 < 7$.
Dados $-15$ y 8 se tiene que $-15 = 8.(-2) + 1, \; 0 \leq 1 < 8$.
Dados $-23$ y $-17$ se tiene que $-23 = (-17).2 + 11, 0 \leq 11 < |-17| = 17$.

## Divisor común.

Sean $a$ y $b$ números enteros alguno de ellos distinto de cero. Sea $d$ otro número entero tal que $d \mid a$ y $d \mid b$. Entonces diremos que d es *divisor común* de $a$ y $b$. Puesto que $1 \mid n$ para todo entero $n$, entonces el conjunto de divisores comunes de $a$ y $b$ es no vacío.

Si $a = 20$ y $b = 12$, los divisores comunes de $a$ y $b$ son $\pm 1, \pm 2, \pm 4$.
Si $a = 40$ y $b = 100$, los divisores comunes de $a$ y $b$ son $\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 5, \pm 10$ y $\pm 20$.
Si $a = -13$ y $b = -15$, los divisores comunes de $a$ y $b$ son $\pm 1$.
Si $a = 84$ y $b = -70$, los divisores comunes de $a$ y $b$ son $\pm 1, \pm 2, \pm 7$ y $\pm 14$.

## Máximo común divisor.

Sean $a$ y $b$ números enteros, alguno de ellos distinto de cero. El mayor de los divisores comunes de $a$ y $b$ se denomina *máximo común divisor* de $a$ y $b$. Dicho de otro modo: un divisor común $d > 0$ de $a$ y $b$ es el máximo común divisor de $a$ y $b$ si cada común divisor de $a$ y $b$ divide también a $d$. Al máximo común divisor de $a$ y $b$ le designaremos por *m.c.d.(a, b)*.

Del ejemplo anterior tenemos que:

Si $a = 20$ y $b = 12$, entonces $m.c.d.(20, 12) = 4$.
Si $a = 40$ y $b = 100$, entonces $m.c.d.(40, 100) = 20$.
Si $a = -13$ y $b = -15$, entonces $m.c.d.(-13, -15) = 1$.
Si $a = 84$ y $b = 70$, entonces $m.c.d.(84, 70) = 14$.

Sean $a_1, a_2, \ldots, a_n$ números enteros alguno de ellos distinto de cero. Llamaremos *máximo común divisor de* $a_1, a_2, \ldots, a_n$ al divisor común $d > 0$ tal que cualquier otro divisor común de $a_1, a_2, \ldots, a_n$ divide también a $d$. Se designa mediante $m.c.d.(a_1, a_2, \ldots, a_n)$.

Así el máximo común divisor de 100, 80 y 20 es 20, y el máximo común divisor de 4, -6, 8 y -10 es 2.

## Número primo.

Un concepto esencial en matemáticas es el de número primo. Cada número $p > 1$ es divisible por 1 y por $p$. Si éstos son los únicos divisores positivos de $p$, diremos entonces que $p$ es un *número primo*. A un número entero $a > 1$, que no es primo le denominaremos *compuesto*. De la definición de número primo, resulta evidente que un entero $p > 1$ es primo si y sólo si es imposible expresar $p$ como $a \times b$, donde $a$ y $b$ son enteros, y ambos $1 < a < p$ y $1 < b < p$.

Por ejemplo 2, 3, 5 y 7 son primos, mientras que 4, 6, 8, 9 y 10 son números compuestos. Observemos que el número 2 es el único número primo par.

## Factorización en producto de primos.

Expresar ("*factorizar*") 276 como producto de primos.
Como 276 es divisible por 2, se tiene que $276 = 2 \times 138$. Análogamente $138 = 2 \times 69$. Como 69 es divisible por 3, se tiene $69 = 3 \times 23$, puesto que 23 es primo, finalmente se puede escribir

$$276 = 2 \times 2 \times 3 \times 23$$

Todo número entero $n > 1$ puede factorizarse como producto de primos positivos y, salvo orden de los factores, esta factorización es única.

Es fácil obtener factorizaciones de 48, 124 y 363

$$48 = 2.\ 24 = 2.\ 2.\ 12 = 2.\ 2.\ 2.\ 2.\ 3 = 2^4.\ 3$$
$$124 = 2.\ 62 = 2.\ 2.\ 31 = 2^2.\ 31$$
$$363 = 3.\ 121 = 3.\ 11^2.$$

(donde por $a^n$ designamos el producto de $a$ por $a$, n veces; a $n$ se le denomina exponente de $a$).
La última factorización de cada uno de los ejemplos anteriores es la llamada *factorización canónica*, que es la dada como producto de primos elevados al máximo exponente.

La factorización canónica de los números enteros permite calcular de forma sencilla el máximo común divisor de dos números.

Dados los números 2520 y 9438, se tiene que factorizando canónicamente obtenemos

$$2520 = 2^3.\ 3^2.\ 5.\ 7 \quad \text{y} \quad 9438 = 2.\ 3.\ 11^2.\ 13$$

Entonces el m.c.d.(2520, 9438) es el producto de los factores primos comunes a ambos números, elevados al menor de los exponentes que aparecen en ese factor en ambos números; así será $m.c.d.(2520, 9438) = 2.\ 3 = 6$.

**Ejemplo**. Calcúlese el máximo común divisor de 2640 y 3580.

Como

$$2640 = 2^4.\ 3.\ 5.\ 11 \quad \text{y} \quad 3580 = 2^2.\ 5.\ 179$$

Se tiene que

$$m.c.d.(2640, 3580) = 2^2.\ 5 = 20$$

## Mínimo común múltiplo.

Sean $a$ y $b$ dos números enteros. Llamaremos *mínimo común múltiplo* de $a$ y $b$, al menor entero positivo que es múltiplo de ambos; lo designamos por *m.c.m. (a, b)*.

Si $a = 8$ y $b = 5$, el múltiplo positivo más pequeño de ambos será 40.
Si $a = 8$ y $b = 10$, el *m.c.m.*(8, 10) = 40.
Si $a = 8$ y $b = 16$, el *m. c.m.*(8, 16) = 16.

Observando los ejemplos anteriores es fácil deducir cómo calcular el mínimo común múltiplo de dos números en general. Para ello, basta hacer la factorización canónica de los números y tomar el producto de todos los factores primos elevados al mayor exponente que aparezca en $a$ o en $b$. Volviendo a los ejemplos anteriores:

$8 = 2^3$ y $5 = 5$, entonces *m.c.m.*$(8, 5) = 2^3 \,.\, 5 = 40$
$8 = 2^3$ y $10 = 2 \,.\, 5$, entonces *m.c.m.*$(8, 10) = 2^3 \,.\, 5 = 40$
$8 = 2^3$ y $16 = 2^4$, entonces *m.c.m.*$(8, 16) = 2^4 = 16$

Sean $a_1, a_2,\ldots,a_n$ números enteros. Llamaremos *mínimo común múltiplo de* $a_1, a_2,\ldots,a_n$ y lo designaremos mediante *m.c.m.*$(a_1, a_2,\ldots,a_n)$ al entero positivo más pequeño que es múltiplo de todos ellos a la vez.

Si $a_1 = 4$, $a_2 = 10$, $a_3 = 6$ y $a_4 = 8$, entonces es fácil comprobar que *m.c.m.*$(4, 10, 6, 8) = 8 \times 5 \times 3 = 120$.

## Ejercicios.

1. Calcular el producto $7 \times (-15) \times (-2)$.
2. Calcular la descomposición en factores primos del número 270.
3. Calcular el máximo común divisor de 168 y 300.
4. Calcular el mínimo común múltiplo de 120 y 350.
5. ¿El número 37822 es divisible por 3? ¿es primo?

## Soluciones.

1. $7 \times (-15) \times (-2) = 7 \times 15 \times 2 = 210$

2. $270 = 2 \times 3^3 \times 5$

3. *m.c.d.* (166, 300) = 12, pues $168 = 2^3 \times 3 \times 7$; $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$, luego

   *m.c.d.* (166, 300) = $2^2 \times 3 = 12$.

4. *m.c.m.* (120, 350) = 4200, pues $120 = 2^3 \times 3 \times 5$; $350 = 2 \times 5^2 \times 7$, luego

   *m.c.m.* (120, 350) = $2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7 = 4200$.

5. 37822 no es divisible por 3 (pues $3 + 7 + 8 + 2 + 2 = 22$, que no es divisible por 3) y no es primo (es divisible por 2, pues es par).

## 3.2. Ficha 2: Fracciones y números racionales

### Números racionales y fracciones.

Un número racional es un número que se puede escribir como el cociente de dos enteros, donde el entero en el denominador es distinto de cero:

$$\frac{m}{n} \text{ ó } m/n \text{ donde } m \text{ y } n \text{ son enteros y } n \neq 0.$$

Al número $m/n$ también se le denomina *fracción*, a los números $m$ y $n$ se les denomina, respectivamente, el *numerador* y el *denominador* de la fracción.

Cada número entero $n$ se puede considerar como número racional pues $n = n/1$, por lo tanto el conjunto de números enteros está contenido dentro del conjunto de los números racionales. Al conjunto de los números racionales lo denominaremos por el símbolo **Q**.

Los siguientes son números racionales:

$$1/2,\ -5/4,\ -5,\ 6,\ 100/40, 4/100,\ 0/1 = 0,\ -30/40$$

### Igualdad de números racionales y fracciones.

Dos números racionales $a/b$ y $c/d$ se dice que son iguales o equivalentes si

$$a \times d = b \times c$$

Así, todos los números racionales pueden ser representados por un número infinito de fracciones (cociente de números enteros).
Por ejemplo:

$$\frac{-1}{-3} = \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{-3}{-9} = \frac{4}{12} = \ldots$$

### Fracciones irreducibles.

Usualmente, los números racionales se suelen escribir de la forma $a/b$, donde $a$ y $b$ no tienen ningún factor común. Por ejemplo

$$\frac{42}{105} = \frac{2.3.7}{3.5.7} = \frac{2}{5}$$

Este tipo de fracciones (como 2 / 5) se les llama irreducibles, es decir una fracción es *irreducible* cuando el numerador y el denominador no pueden dividirse a la vez por un mismo número distinto de 1 dando resto cero.

## Reducir fracciones a denominador común.

Reducir dos o más fracciones a *denominador común* es hallar otras fracciones, equivalentes, que tengan todas ellas el mismo denominador.

Dadas dos fracciones $a / b$, $c / d$ la forma más sencilla de encontrar fracciones equivalentes con denominador común es calcular el $m.c.m.(b, d) = m$, y operar de la forma siguiente

$$\frac{a}{b} = \frac{a.\frac{m}{b}}{m}, \quad \frac{c}{d} = \frac{c.\frac{m}{d}}{m}$$

Por ejemplo, dados 1 / 3, 2 /4, como el $m.c.m.$ (3, 4) = 12 se tiene

$$\frac{1}{3} = \frac{1.\frac{12}{3}}{12} = \frac{4}{12}, \quad \frac{2}{4} = \frac{2.\frac{12}{4}}{12} = \frac{6}{12}$$

Entonces 4 / 12 y 6 / 12 son fracciones equivalentes a 1 / 3 y 2 / 4 con el mismo denominador.
Dados 1/2, 2/3 y 3/5, como $m.c.m.$(2, 3, 5) = 30, entonces 15/30, 20/30 y 18/30 son fracciones equivalentes a 1/2, 2/3 y 3/5 con el mismo denominador.

## Suma y resta de fracciones.

Para sumar o restar dos números racionales hay que reducirlos previamente a denominador común.

Sean $a / m$ y $b / m$ dos números racionales con el mismo denominador, entonces, la *suma* o la *diferencia* es otro número racional que tiene por numerador la suma o diferencia de los numeradores $a + b$ ó $a - b$, y por denominador el denominador común $m$.

Así:

$$\frac{1}{3}+\frac{2}{4} = \frac{4}{12}+\frac{6}{12} = \frac{10}{12}$$
$$\frac{1}{3}-\frac{2}{4} = \frac{4}{12}-\frac{6}{12} = \frac{-2}{12}$$
$$\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{5} = \frac{15}{30}+\frac{20}{30}+\frac{18}{30} = \frac{53}{30}$$
$$\frac{4}{6}+\frac{2}{5}-\frac{5}{7} = \frac{140}{210}+\frac{84}{210}-\frac{150}{210} = \frac{74}{210}$$

## Producto de fracciones.

El *producto de dos números racionales* es otro número racional que tiene por numerador, el producto de los numeradores y por denominador, el producto de los denominadores.

Así,

$$\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{7} = \frac{12}{35}, \quad \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{6}\cdot\frac{2}{4} = \frac{6}{48}$$

y

$$\frac{-1}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{8}{6}\cdot\frac{7}{5} = \frac{-224}{180}$$

## Cociente de fracciones.

Sean $a/b$ y $c/d$ dos números racionales; el cociente de estos dos números $a/b : c/d$ es otro número racional que tiene por numerador el número $a \times d$ y por denominador el número $b \times c$.

Así,

$$\frac{\frac{3}{5}}{\frac{5}{6}} = \frac{3}{5} : \frac{5}{6} = \frac{18}{25}, \qquad \frac{1}{3} : \frac{-7}{8} = \frac{8}{-21} = \frac{-8}{21}$$

## Expresión decimal. Tipos de fracciones.

Los números racionales se suelen escribir en su expresión decimal. Por ejemplo una expresión decimal de un número es 73’532 que es equivalente a la fracción:

$$\frac{73532}{1000}$$

Al dividir el numerado por el denominador de una fracción se obtiene la *expresión decimal de un número racional*.

Así por ejemplo:

(a) 1 / 2 = 0'5000.., (b) 1 /4 = 0'25000.., (c) 1 /3 = 0'33333..,
(d) 4 / 11 = 0'363636.., (e) 1 / 6 = 0'16666.. (f) 45 / 22 = 2'04545...

Una expresión decimal es exacta cuando a partir de cierto decimal son todos nulos, es decir en la división del numerador por el denominador, después de hallar varios decimales, se consigue resto nulo, como en (a) y (b).

Una expresión decimal es periódica cuando las cifras del cociente se repiten en bloques iguales (no nulos) a partir de alguna cifra, como en las fracciones (c), (d), (e) y (f).

Estas dos formas decimales son las únicas que aparecen al calcular la expresión decimal de un número racional. Además todo número decimal de una de estas dos formas es la expresión decimal de un número racional.

Muy importante: Hay números reales que no son números racionales, por ejemplo el número π ó $\sqrt{2}$.

## Ejercicios.

1. Simplificar la fracción:
$$\frac{7692}{312}$$
2. Calcular y simplificar
$$7+\frac{1}{2}+\frac{\frac{1}{2}+5}{8}$$
3. Calcular y simplificar
$$\frac{9\times(\frac{23}{4}-\frac{1}{3})}{\frac{2}{7}}$$
4. Expresar en forma decimal la fracción:
$$\frac{23}{3}$$
5. ¿El número 0'1010010001000010000010000001000000010000000001… es racional?

## Soluciones:

1.

$$\frac{7649}{312} = \frac{641 \times 2 \times 2 \times 3}{26 \times 2 \times 2 \times 3} = \frac{641}{26}$$

2. $7 + \frac{1}{2} + \frac{\frac{1}{2}+5}{8} = 7 + \frac{1}{2} + \frac{\frac{1}{2}+\frac{10}{2}}{8} = 7 + \frac{1}{2} + \frac{11}{2} : \frac{8}{1} = 7 + \frac{1}{2} + \frac{11}{16} = \frac{112}{16} + \frac{8}{16} + \frac{11}{16} = \frac{131}{16}$

3. $\frac{9\times(\frac{23}{4}-\frac{1}{3})}{\frac{2}{7}} = \frac{9\times(\frac{69-4}{12})}{\frac{2}{7}} = \frac{\frac{585}{12}}{\frac{2}{7}} = \frac{585\times 7}{12\times 2} = \frac{1365}{8}$

4. $\frac{23}{3} =$ 7’666666… (basta dividir)

5.

No, pues es una expresión decimal que no es ni exacta ni periódica