

TÍTULO: *Sistemas modelo: Plano inclinado.*

OBJETIVOS:

- Mostrar que el movimiento en un plano inclinado es uniformemente acelerado.
- Mostrar el esquema de fuerzas en un plano inclinado con/sin rozamiento.
- Ilustrar como se aplican los conceptos de trabajo y energía en el plano inclinado.

DESARROLLO CONCEPTUAL

CONCEPTOS GENERALES

Plano inclinado: Es cualquier superficie plana y rígida que presenta un ángulo de inclinación, α , con respecto a la horizontal.

Dado que el plano es rígido, los objetos situados sobre él no pueden penetrar en el plano y, por lo tanto, el movimiento de cualquier objeto situado sobre él es siempre en la dirección paralela al plano.

Las fuerzas que actúan sobre cualquier objeto situado sobre el plano son el peso del objeto, la reacción normal al plano y, en su caso, la fuerza de rozamiento entre el objeto y el plano.

FORMULACIÓN SIMPLE DEL PROBLEMA

¿Cómo es el movimiento de un bloque que desliza sobre un plano inclinado?

Consideremos el sistema de la Figura 1, en el que un bloque de masa m , que se encuentra situado sobre un plano inclinado, con ángulo α , puede realizar un movimiento de deslizamiento hacia abajo por el plano, bajo los efectos de una fuerza de rozamiento de coeficiente μ .

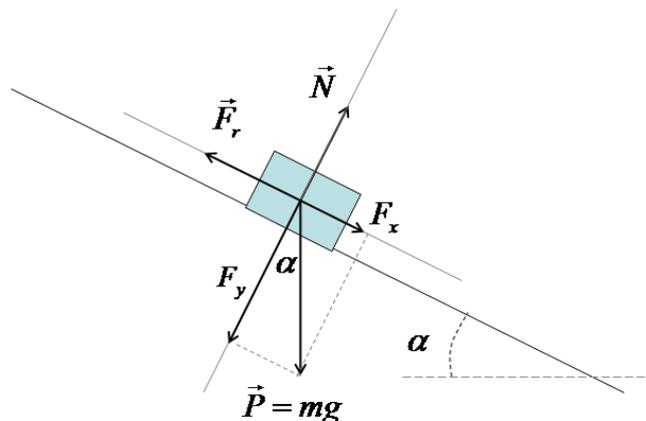


Figura 1.

Para analizar el movimiento del bloque, lo primero es identificar las fuerzas que intervienen. Evidentemente son tres: el peso del bloque, que va en la dirección de la vertical del lugar, la reacción normal del plano en el contacto, que como su propio nombre indica tiene la dirección de la perpendicular al plano, y la fuerza de rozamiento que tiende a oponerse al movimiento de deslizamiento del bloque hacia la parte inferior del plano y que, por lo tanto, es paralela al plano.

El sistema de fuerzas se puede resolver en los ejes horizontal y vertical, pero dado que el movimiento se va a verificar en la dirección paralela al plano y que dos de las fuerzas tienen ya las direcciones de las rectas paralela y perpendicular al plano, lo más simple es analizar el balance de fuerzas en unos ejes paralelo y perpendicular al plano, tal como se indica en la figura 1 (recordemos que el ángulo que forman el peso y la perpendicular es igual al ángulo de inclinación del plano porque sus lados son perpendiculares dos a dos).

De acuerdo con esto, en la dirección paralela al plano, que denominaremos x , actúan la proyección correspondiente del peso, F_x , y la fuerza de rozamiento, F_r , que, tomando como sentido positivo el de descenso por el plano, valen

$$F_x = mg \operatorname{sen} \alpha, \quad \text{y} \quad F_r = -\mu N = -\mu mg \cos \alpha,$$

respectivamente. Por lo tanto, la aceleración con la que desciende el bloque por el plano viene dada por la [2ª Ley de Newton](#)

$$ma = F_x + F_r = mg(\operatorname{sen} \alpha - \mu \cos \alpha)$$

es decir

$$a = g(\operatorname{sen} \alpha - \mu \cos \alpha)$$

Como se puede ver, esta aceleración es constante, es decir, el movimiento del bloque al deslizar hacia abajo **es un movimiento uniformemente acelerado**, por lo que se pueden utilizar las fórmulas de la cinemática de este movimiento para calcular cualquier valor de velocidad, tiempo o distancia recorrida que nos puedan interesar.

¿Cómo es el balance de energía en el descenso de un objeto en un plano inclinado?

En una situación como la de la Figura 1 se puede utilizar el teorema de las fuerzas vivas. Supongamos que en la posición inicial el bloque se encuentra en reposo en una posición en la que la altura del bloque sobre el plano horizontal de la figura 1 es h , y queremos hallar la velocidad v_2 del bloque cuando llega al plano horizontal. El teorema de las fuerzas vivas se expresa, entonces,

$$W = \frac{1}{2}mv_2^2$$

Por trigonometría sabemos que $h = x \operatorname{sen} \alpha$. Además, dado que la reacción normal al plano y la proyección del peso en la dirección de la normal al plano son perpendiculares al desplazamiento del bloque, no producen trabajo mecánico, de manera que el trabajo mecánico será:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{x} = (F_x + F_r)x = mgx \operatorname{sen} \alpha - \mu mgx \cos \alpha = mgh - \mu mgx \cos \alpha$$

Es decir, el trabajo total tiene dos términos, uno debido a la gravedad y otro a la fuerza de rozamiento. Es importante notar que el trabajo de la fuerza gravitatoria, dado que es una fuerza conservativa, depende solamente de la diferencia de alturas entre la posición inicial y la final del bloque. Finalmente, la velocidad final del bloque es

$$v_2 = \sqrt{2(gh - \mu gx \cos \alpha)}$$

En esta expresión se puede apreciar que si no existe rozamiento ($\mu = 0$), la velocidad de llegada al final del plano inclinado es igual a la velocidad de caída libre del bloque desde la altura a la que se encuentra en el punto inicial ($v_2 = \sqrt{2gh}$).

EJEMPLO

ENUNCIADO

Supongamos que el bloque de la Figura 1 parte desde el reposo y desde un punto situado a una altura h respecto al plano horizontal. Calcular a través de la 2ª Ley de Newton la velocidad con la que llega al plano horizontal.

RESOLUCIÓN

Podemos aprovechar el cálculo de la aceleración que se ha indicado más arriba y, dado que la aceleración es constante utilizar las fórmulas del movimiento uniformemente acelerado. Por lo tanto, tendremos

$$x = \frac{1}{2}at^2; \quad y \quad v = at$$

De donde

$$x = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}a\left(\frac{v}{a}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{v^2}{a}, \text{ por lo tanto, } v = \sqrt{2ax}$$

Finalmente, sustituyendo obtenemos

$$v = \sqrt{2g(\sin\alpha - \mu \cos\alpha)x} = \sqrt{2(gh - \mu gx \cos\alpha)}$$

que coincide con el valor obtenido a través de la aplicación del teorema de las fuerzas vivas.

EJERCICIO DE AUTOCOMPROBACIÓN

ENUNCIADO

Sea un bloque de masa m situado sobre un plano inclinado de ángulo de inclinación α . El bloque puede deslizar sobre el plano con un coeficiente de rozamiento μ . Supongamos que sobre el bloque actúa una fuerza F paralela al plano y de sentido hacia arriba. ¿Cuál es la aceleración del bloque? (Tomar sentido positivo en la dirección de la fuerza F)

RESULTADO

$$a = \frac{F}{m} - g(\sin\alpha + \mu \cos\alpha)$$

REFERENCIAS:

- P. A. Tipler y G. Mosca, Física para la Ciencia y la Tecnología, 5ª Edición, Editorial Reverté, 2005.

AUTOR:

- Miguel Ángel Rubio Álvarez